

remi di essa sussistono per ogni valore della curvatura, che è il *parametro* della geometria non-euclidea (la quale io propongo di denominare *pseudosferica*), e le *sole misure* prese nello spazio obbiettivo possono far riconoscere che il valore speciale della sua curvatura è *%ero*, cioè che $R = \infty$ per esso ; nello stesso modo che per *sole misure* si può assegnare la curvatura di una sfera data, che è il *parametro* della geometria *sferica*.

Effettivamente si può verificare che la teoria di LOBATSCHESKY coincide, salvo nei nomi, colla geometria dello spazio a tre dimensioni di curvatura costante negativa. Chi ami vedere sviluppata questa corrispondenza ne potrà trovare altrove una più minuta esposizione *). Qui, per non fare una troppo lunga digressione, mi limiterò ad alcuni cenni sommarii.

La planimetria non-euclidea non è altro che la geometria delle superficie di curvatura costante negativa. Le circonferenze di quella corrispondono alle linee che tagliano ortogonalmente tutti i raggi geodetici uscenti da uno stesso punto della superficie, ossia alle circonferenze geodetiche. Il perimetro ne è dato in funzione del raggio geodetico r dalla formoli

come aveva già enunciato GAUSS. Per tre punti della superficie non si può sempre far passare una circonferenza geodetica avente il centro in un punto reale. Gli *ori cicli* o *curve-limiti* di LOBATSCHESKY non sono altro che le circonferenze geodetiche il cui centro è all'infinito, cioè i cui raggi formano un sistema di geodetiche parallele. Facendo nella (21') $n = 2$ si ha

$$ds^2 = d\gamma^2 + k'^2 e^{R\gamma} dn^2,$$

espressione dell'elemento lineare della superficie di curvatura costante negativa riferita ad un sistema di oricicli concentrici ed ai loro raggi. La forma di quest'espressione insegna che gli oricicli possono diventare, mercé una flessione opportuna della superficie, i paralleli della superficie di rotazione il cui meridiano è la curva delle tangenti di lunghezza costante uguale ad R .

La stereometria non-euclidea non è altro che la geometria degli spazii a tre dimensioni di curvatura costante negativa. Si è già detto a che corrispondano, in questa geometria, le rette ed i piani. Alle superficie sferiche corrispondono le superficie che

*) Si veggia il Giornale di Matematiche di Napoli, voi. VI (1868), pag. 284; oppure queste OPERE, voi I, pag. 374, dove le particolarità svolte per il caso di due dimensioni si possono agevolmente ripetere per quello di tre, massime se si tien conto dei risultati del presente scritto e se si ricorre ad una sfera ausiliare.